5, 8, 9, 10, 11

(2)

$-2{,}5\overline{78} = \frac{2553}{990}$

$\bullet\ ax^2 + \frac{3}{x} = 2a \quad x = -2 \qquad \underline{a = \frac{3}{4}}$

$\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \quad / \cdot 4x$

$3x^3 + 12 = 6x$

$3x^3 - 6x + 12 = 0$

$(x^3 - 2x + 4) : (x + 2) = x^2 - 2x + 2$

$-(x^3 + 2x^2)$

$-2x^2 - 2x + 4$

$-(-2x^2 - 4x)$

$2x + 4$

$2x + 4$

0

$x^2 - 2x + 2 = 0$

$D = -4$

! Dělení mnohočlenů !

• $x^2 - x - 2 \leq 0$ (řešit v množině celých čísel)

$D = 9 \quad x_1 = 2 ; \quad x_2 = -1 \qquad K = \{-1, 0, 1, 2\}$

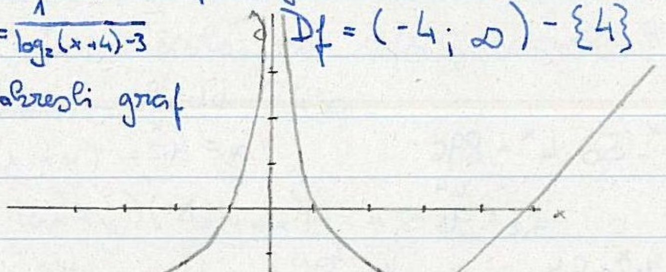
(6)

fce je prostá $\Leftrightarrow \forall x_1, x_2 ;\ x_1 \neq x_2 \wedge f(x_1) \neq f(x_2)$

• dokaz, že fce je lichá

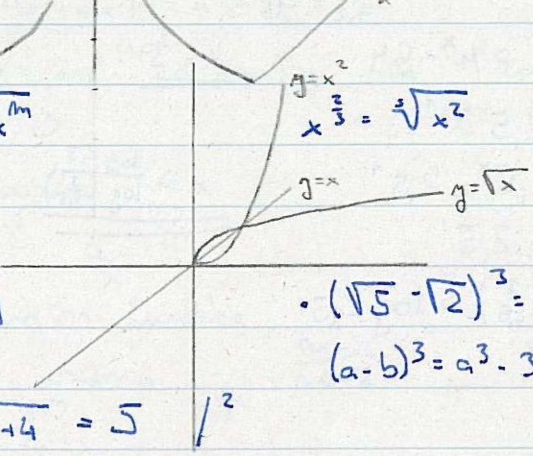
$y = \frac{1}{\log_2(x+4) - 3} \qquad D_f = (-4 ; \infty) - \{4\} \qquad x > (-4, 8)$

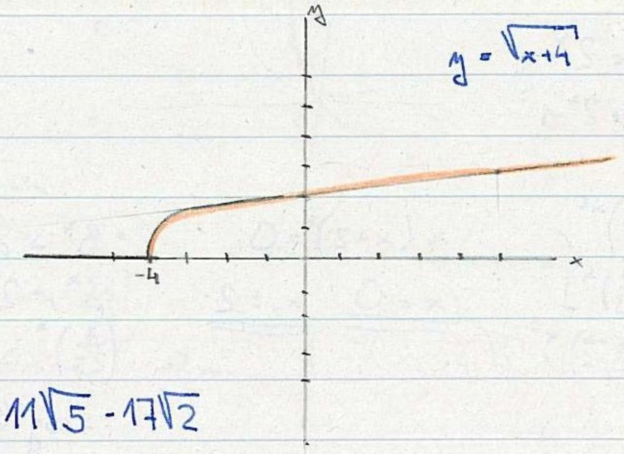
• nakresli graf



(7) $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m} \qquad x^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2}$

• $y = \sqrt{x+4}$





• $\frac{(x^4 y^3)^{-2}}{(x^3)^{-3} y^5} = xy$

• $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^3 = 11\sqrt{5} - 17\sqrt{2}$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

• $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+4} = 5 \quad /^2 \qquad$ výsledek $x = 5$

$x - 1 + x + 4 + 2\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+4} = 25$

$2x + 3 + 2\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+4} = 25 \quad /^2$

$4x^2 + 9 + 4 \cdot x - 1 \cdot x + 4 = 25^2$

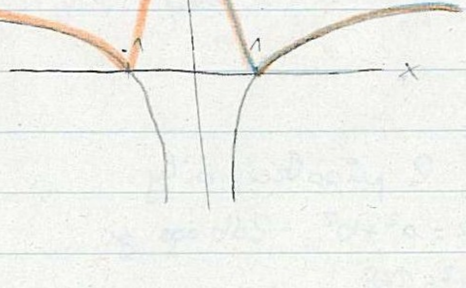
$4x^2 + 9 + 4x^2 + 16x - 4x - 16 = 25^2$

$8x^2 + 12x$

(11) $y = \log_a x \qquad y = \log|x|$

$a^y = x \qquad y = |\log x|$

$a^x = y \qquad y = |\log|x||$



- $\log_2 \log_3 \log_{\frac{1}{2}} x = 0$

  $\log_3 \log_{\frac{1}{2}} x = 1$

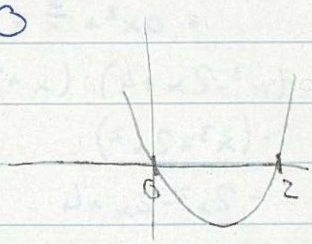
  $\log_{\frac{1}{2}} x = 3$

  $\underline{x = \frac{1}{8}}$

- $\log_5(x^2 - 2x + 1) \geq 0$

  $x^2 - 2x + 1 \geq 1$

  $x(x-2) \geq 0$ $\cancel{x \geq 0}$ $\cancel{x \geq 2}$



$(-\infty, 0) \cup (2, \infty)$

- $\log_6(x+1) + \log_6 x = 1$

  $\underline{x_1 = 2}$

  $\cancel{x_2 = -3}$

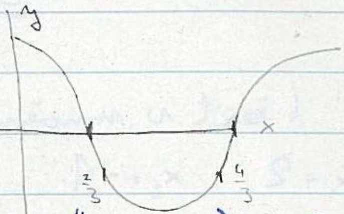
- $3 \cdot 2^x = 5^{x-1}$

  $\frac{\log 15}{\log \frac{5}{2}} = x$

⑨ • $\mathrm{tg}(4x - \pi) = 1$

  $\underline{x = \frac{5}{16}\pi + \frac{2k\pi}{4}}$

- $\cos x \leq -\frac{1}{2}$



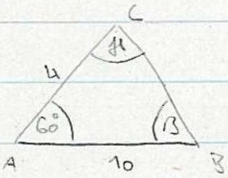
$\langle \frac{2}{3}\pi + k\pi ; \frac{4}{3}\pi + 2k\pi \rangle$ $k \in Z$

- $2\sin^2 x + \cos^2 x + \sin x \cos x = 1$

  $\mathrm{tg}\, x = -1$ $\quad \underline{\frac{3}{4}\pi + k\pi}$

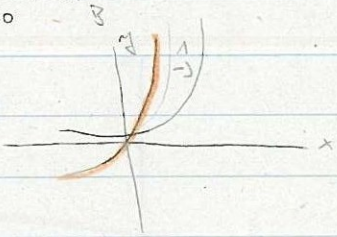
- $\sin \alpha = \frac{a}{c}$

-



⑩ $y = 2^x$

$\cancel{y = 2^x - 1}$



- $4^{2x} - 50 \cdot 4^x = 896$

  $a = 4^x$

  $a_{1,2} = 64$, -14

  $4^x = 64$ $\quad \underline{x = 3}$

- $9^x = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}$

  $3^{2x} = \left[\left(\frac{1}{3}\right)^x\right]^x$

  $3^{2x} = (3^{-x})^x$

  $x(x+2) = 0$

  $\underline{x = 0}$ $\quad \underline{x_2 = 2}$

- $3^x > 2{,}5^{x+1}$

  $3^x > 2{,}5^x \cdot 2{,}5^1$

  $\left(\frac{3}{2{,}5}\right)^x > 2{,}5$

  $x \log\left(\frac{3}{2{,}5}\right) > \log 2{,}5$

  $\underline{x > \frac{\log 2{,}5}{\log\left(\frac{3}{2{,}5}\right)}}$

- $0{,}75^x = 0{,}01$

  $x \log(0{,}75) = \log 0{,}01$

  $\underline{x \doteq 16}$

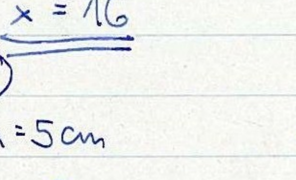
- $-2 = \log 10^{-2}$

⑭

- $a = 5\,cm$ $\quad$ strana AB musí mít 2-22 cm

  $t_c = 6\,cm$ $\quad$ strana b musí mít 7-17 cm

-



Nc

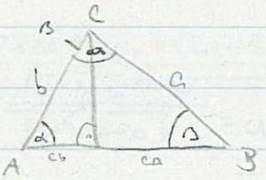
- bod X → máme 2 působící síly

- kosinová věta $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$

  $c^2 = 175$

  $\underline{c = 13{,}2}$

- sinová věta $\frac{\sin \gamma}{c} = \frac{\sin \beta}{b}$ $\quad$ $\beta = 1$



podobnost trojúhelníku (důkaz)

$v_c^2 = c_a \cdot c_b$

$\frac{v}{c_a} = \frac{c_b}{v}$

(15) - důkaz tětivového 4-úhelníku $\alpha + \gamma = 180°$

- úhlopříčky v úhelníku $\frac{1}{2}n(n-3)$

spočti úhlopříčky pravidelného 6-úhelníku se stranou a

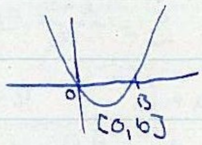
body $A[1,0,3]$ $B[2,2,2]$ $C[4,5,4]$ $D[2,1,6]$ -> jsou rovnoběžné stěny?

$|BC| = 5$ $|\angle ADC| = 90°$ sestroj

$|CD| = 5$ $|\angle CAB| = 45°$

$|AC| = 6$

). $x^2 - bx \le 0$



bylo by záporné => $[b,0]$

$2x^2 + (b+1)x + 6 = 0$

$D > 0$ $b^2 + 2b - 47 > 0$

2 ciferné číslo má ciferný součet 9 -> vyměníme-li je, vyjde číslo, které vynásobení původním bude 2430

$(x+y) = 9$

$(10x+y)(10y+x) = 2430$

určete, pro které hodnoty parametru má 1 kořen

$x^2 - 3x + q = 0$ $x^2 - 3x - 4 = 0$

$x_1 = -1$ dosadíme $x_{1,2} = -4; -1$

$1 + 3 + q = 0$ $q = -4$ q je součin kořenů $q = (x_1 - q)(x_2 - q)$

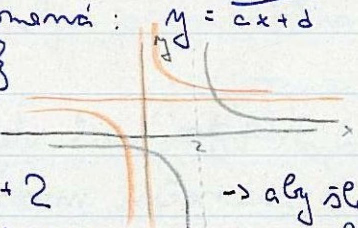
(8) racionální funkce

lineární lomená: $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ $c \neq 0$; $ad \neq cb$;

$D = R - \{-\frac{d}{c}\}$

graf

$y = \frac{1}{x-2}$



prohodí se x a y

inverzní: $y = \frac{1}{x} + 2$ -> aby šla fce inverzní, musí být fce prostá

$[0,4]$ $[-1,1]$ $y = \frac{a}{x} + b$ => $y = \frac{2}{x} + 3$; v bodě 1 x hodnota 5 y

fce klesající -> definice (jestliže $x_1 < x_2 \Rightarrow y_1 > y_2$)

(7). definuj kružnici, kruh, úseč, výseč; jak spočítáš obsah

$2x^2 + 2y^2 - 8x + 2y + 7 = 0$ převeď na středový tvar

$2(x^2 - 4x + 4) + 2(y^2 + y + \frac{1}{4}) = 8 - 7 + \frac{1}{2}$

$2(x-2)^2 + 2(y - \frac{1}{2})^2 = \frac{3}{2}$

$(x-2)^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = \frac{3}{4}$

$S = [2, \frac{1}{2}]$

• napiš rovnici koule která se dotýká roviny: $2x - y + 2z - 3 = 0$

$S = [1, 2, -4]$ $r = \dfrac{|ax + by + cz + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

• obsah kulového vrchlíku: $S = 2\pi r v$

↳ do krabice se dá koule krabice $v = 2\,cm$

• najdi tečny se směrnicí 2, ke kružnici $y = 2x + q$

(18) • definuj hyperbolu + nakresli (hlavní, vedlejší poloosa, excentricita

$k = tg\,\alpha = \frac{b}{a}$

1 • $x - y - 1 = 0$ → vzájemná poloha $(D = 0)$ => tečna

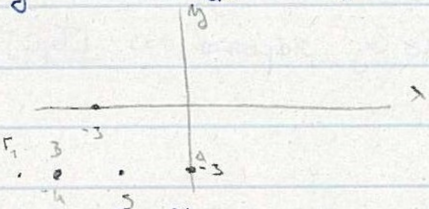
$y^2 - 2x + 3 = 0$

• napiš rovnici hyperboly $\frac{(x-m)^2}{a^2} - \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$ $S = \frac{A+B}{2} = [\overset{m}{-2}, \overset{n}{-3}]$

$A = [0, -3]$

$B = [-4, -3]$

$F_1 = [-5, -3]$



$a = 2$ $e = 3$

$b = \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5}$

$\frac{(x+2)^2}{4} - \frac{(y+3)^2}{5} = 1$

• $y = kx$ urči směrnici k, která má s elipsou 2, 1, 0 společných bodů

$x^2 + 4y^2 - 6y + 1 = 0$

1 • $k^2 - 4 > 0$

$|k| > 2$ => $k = (-\infty, 2) \cup (2, \infty)$

$y = \frac{P(n)}{Q(m)}$ podíl polynomů $P(n) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots a_1 x + a_0$ m, n → celé, kladné číslo

↳ alespoň 1. stupně (x se tam musí vyskytovat)

↳ racionální funkce

(13) • vzájemná poloha rovin (rovnoběžné, 1 protíná 2, stan, kniha, [illegible])

• vzájemná poloha rovin určených rovnicemi

$x \mp y + 2z - 1 = 0$ $\cancel{-2x + 2y - 4z + 2 = 0}$ x

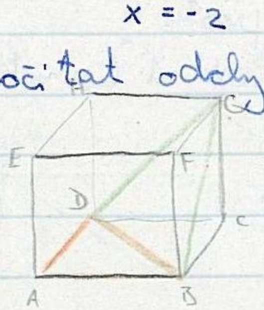
$x + 2y - z + 2 = 0$ $x - 2y + 3z - 2 = 0$

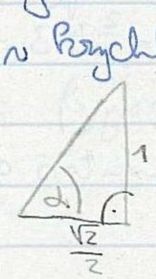
$x - 2y + 3z - 2 = 0$

$2x + 2z = 0$ $-x - z = 0$ (budou mít stejnou přímku)

$x = -z$ stejné $x = -z$ => nekonečně mnoho řešení

• vypočítat odchylku v krychli





ABD a BDG

$tg\,\alpha = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$\alpha = 55^\circ$

• na přímce p určete bod M tak, aby vzdálenost

$p: \{[k; 3 + k; 2 + 4k]\ k \in R\}$

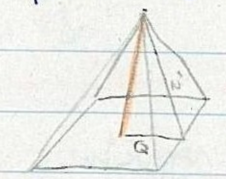
$p: 2x + y - z + 12 = 0$

$V = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$ $\qquad |13 - k| = 12$

$k > 13 \qquad k = 25$ -> dosadíme do rovnice přímky

$k < 13 \qquad k = 1$

(19) • pravidelný čtyřboký jehlan $|AB| = a \qquad v = 3a \qquad Q = \frac{a}{2}$



$v'^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + (3a)^2$

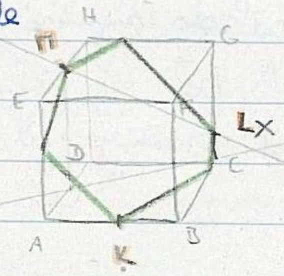
$v' = \frac{\sqrt{37}a}{2}$

$S = S_p + 4 \cdot S_\Delta$

$S = a^2 + 4\left(\frac{a \cdot \sqrt{37}a}{a}\right)$

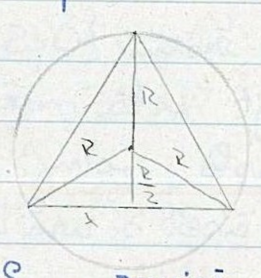
$S = a^2(1+\sqrt{37})$

• řez krychle



- udělám přímku ML -> spustím kolmice do dolní podstavy -> spojím body -> vznikne bod X -> můžeme spojit s K -> již rovnoběžně doplníme

• v kuželi je 1,5 x větší než poloměr koule jemu opsané. Určete poměr objemu kužele a koule.

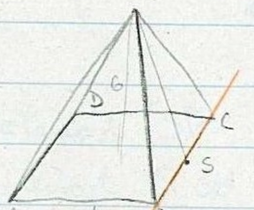


$\frac{V_{kužel}}{V_{koule}} = \frac{9}{32}$

(12) • analytické popsání přímky v rovině a v prostoru

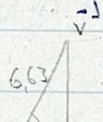
směrnicový, obecný ($ax+by+c=0$), parametrický $\qquad$ jen parametrický tvar

• pravidelný 4 boký jehlan; strana 4 cm, výška 6 cm; odchylka AD a BV



-> posuneme si AD na BC

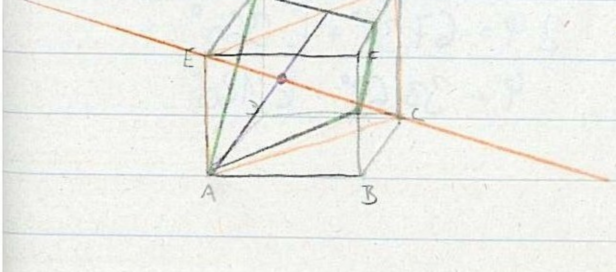
BV = 6,63



$\cos \alpha = \frac{2}{6{,}63} = \underline{72{,}44°}$

EC $\qquad$ A(S-BF) M($\frac{1}{3}$ EH)

• sestrojte průsečík přímky s rovinou



-> udělám pomocnou rovinu, kde je přímka ACGE

-> průsečík rovin -> průsečík přímky a roviny.

(2o) • $\frac{V(2,n)}{10} = V(2; n-27)$

$$\frac{\frac{n!}{(n-2)!}}{10} = \frac{(n-27)!}{(n-29)!}$$

↓ prvků 27; 2. třída 10x se zmenší

• ze 100 losování 4 -> kolika způsoby jde losovat?

$n = 100$

$k = 4$ $\qquad K = (4, 100)$

• vysvětlete pojem kombinace k. třídy z n prvků + vzorec výpočtu

$K(k; n) = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

odvozujeme z variace $V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$ (u kom. přidáme ještě k)

• 8 lahví na 3 obchodníky, kolik způsobů? někdo nemusí dostat nic

$K'(8,3) = K(8,10)$

• $2 \cdot \binom{x+6}{x+4} - \binom{x+4}{x+2} = 4! + \binom{5}{2} \cdot x$

$2 \cdot \left(\frac{(x+6)!}{(x+4)! \cdot 2!}\right) - \left(\frac{(x+4)!}{(x+2)! \cdot 2!}\right) = 24 \frac{5!}{2! \cdot 3!} x$

$2 \cdot \left(\frac{(x+5)(x+6)}{2}\right) - \left(\frac{(x+3)(x+4)}{2}\right) = 24 + 10x$

$x^2 - 5x = 0$ $\qquad$ jsou 2 řešení $\{0; 5\}$

$x(x-5) = 0$ $\qquad$ x musí být větší než -2

(3) • definuj pojem komplexní číslo, pojmy ~~reálné~~ komplexní a imaginární ~~čísla~~ jednot

uspořádané dvojice 2 reálných čísel s určitým sčítáním a násobením

imaginární jednotka $i = [0, 1]$

komplexní jednotka $\qquad z = a + bi \qquad$ • čísla, která jsou na jednotkové

$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ $\qquad$ kružnici = jejich $|\ |$ je vždy 1

• $z \cdot \bar{z} - z = \overline{6 - 2i}$ $\qquad z = a + bi \qquad \bar{z} = a - bi$

• $x^2 - 2x + 5 = 0$ $\qquad z_1 = \quad x_{1,2} = \frac{2 \pm 4i}{2} < \begin{matrix} 1+2i \quad z_2 = \\ 1-2i \end{matrix}$

$\sqrt{D} = 4i$

• $2x^2 + (3-2i)x - 3i = 0$ $\qquad z^2 = 13 + \text{cis } 67{,}38°$

$D = 9 - 12i + 4i^2 - 4(-6i)$ $\qquad |z|^2 \cdot \text{cis } 2\varphi = 13 \text{ cis } 67{,}38°$

$D = 9 - 12i - 4 + 24i$ $\qquad z = \sqrt{13} \qquad 2\varphi = 67{,}38° + k\,360°$

$D = 5 + 12i$ $\qquad \varphi = 33{,}69° + k \cdot 180°$

↓

$13 \cdot \text{cis } 67{,}38°$

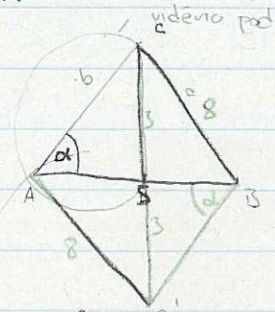
$\sqrt{5^2 + 12^2}$

8+i   1+

• $(5i-1) : \left(2 - \frac{i+3}{2+i}\right)$ $\frac{i+3}{2+i} \cdot \frac{2-i}{2-i} = \frac{2i+1+6-3i}{4+1}$ $7-i$ $(a^2-b^2) = \frac{7-i}{5}$

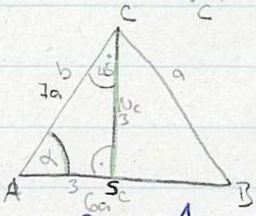
(16) • definuj geometrická shodná zobrazení + př. shodného zobrazení

• $|CS| = 3\,cm$
$a = 8\,cm$
$\alpha = 30°$

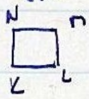


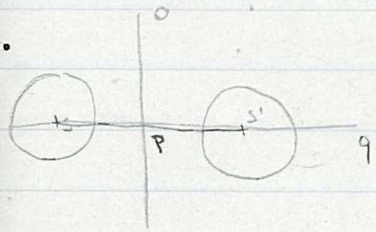
• máme-li těžnici a nevíme, co s tím, děláme vždy středovou souměrnost → viděno pod úhlem

• $\frac{b}{c} = \frac{7}{6}$
$v_c = 3\,cm$
$\alpha = 45°$



narýsuji ASC → AC je 7 dílů → na polopřímce AS udělám 6 dílků

•  uvnitř je bod A. Jak lze zkonstruovat rovnostranný △ABC tak, aby vrcholy B, C ležely na obvodu čtverce

• 

napište rovnici kružnice k', která je obrazem kružnice k: $(x-3)^2+(y+1)^2=9$ v osové souměrnosti dané osou
$o: 2x+y-10=0$ směrový je $s=(2,1)$
normálový je $n=(1,-2)$

$x = 3+2t$
$y = -1+1t$ } $t \in R$
$6+4t-1+t-10=0$
$t = 1$ dostanu se tím do P $P=[5,0]$
$S' = x = 3+2\cdot 2 = 7$ (2x dál)
$y = -1+1\cdot 2 = 1$ (2x dál) $K': (x-7)^2+(x-1)^2=9$

střed $S=[3,-1]$
$q = 3+2+c=0$
$c=-5$
$q = x-2y-5=0$

→ vzdálenost SP: $\vec{u} = P-S = (-2,-1)$ $|\vec{u}| = \sqrt{5}$
→ vzdálenost S od o: $|So| = \frac{|2\cdot 3-1-10|}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}}\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$