Maturita nanečisto

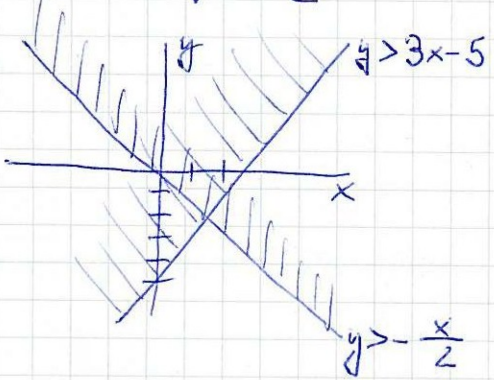
7) lineární rce a nerce

1.) $\frac{2x-5}{3x-4} - \frac{4x-5}{6x-1} = 0$

$\underline{\underline{x = -15}}$

2.) $3x - y < 5 \qquad y > 3x - 5$

$x + 2y > 0 \qquad y > -\frac{x}{2}$



3.)

$a \cdot b = S$

$(a+5)(b+10) = a \cdot b + 625$

$(a+10)(b+5) = ab + 675$

$\underline{\underline{a = b - 10}}$

4.) $x(a-1) + a(x+4) = 2$

$xa - x + xa + 4a = 2$

$2xa - x = 2 - 4a$

$x(2a-1) = 2 - 4a$

$\underline{\underline{x = \frac{2-4a}{2a-1}}}$

$a = \frac{1}{2} \quad x \in R$

$a \neq \frac{1}{2} \quad x = -2$

$2a - 1 = 0$

$2a = 1$

$\underline{\underline{a = \frac{1}{2}}}$

ke 3.)

$10b - 100 + 5b + 50 = 625$

$\underline{\underline{b = 45}}$

$\underline{\underline{a = 35}}$

– příště otázky – 2, 5, 6, 7, 8

1 Výroky a množiny

1.) negace vět

2.) sjednocení, průnik, kartézský součin, obrácení, obměna

3.) co je to výrok

4.) na koupališti půjde Adam a nepůjde Cecilka

když půjde C, půjde i B . . . . Kdo půjde

5.) je-li funkce prostá, pak je v celém svém def. oboru rostoucí nebo ......

2.) Množiny čísel N, Z, Q, R

1, definujte množinu racionálních čísel

2, dokažte, že číslo $a = 2,5\overline{78}$ je racionální

$10a = 25,\overline{78}$
$1000a = 2578,\overline{78}$
$-\quad 990a = 2553 \Rightarrow a = \frac{2553}{990}$

3, urči(a) zařaď do vhodné množiny

$\pi^0 =$ $\qquad \log 0,01 \qquad 28!$

$e^2 \qquad -1,25$

4, určete

- $x^2 - x - 2 \leq 0$ v množině Z
- $|x-3| = -x+3$ v mn. N_0
- $\sqrt{x+2} - 2\sqrt{x+7} = -4$ v mn. Q

5, $ax^2 + \frac{3}{x} = 2a \qquad x_1 = -2 \rightarrow$ zadáno

$a = \frac{3}{4}$ ← určit

$\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \quad / \cdot 4x$

$3x^3 + 12 = 6x$

$3x^3 - 6x + 12 = 0$

$(x^3 - 2x + 4) : (x+2) = x^2 - 2x + 2 \longrightarrow D = -4$

$-(x^3 + 2x^2)$

$-2x^2 - 2x + 4$

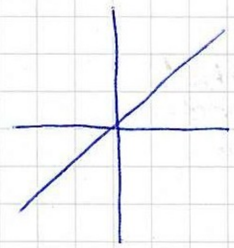
$-(-2x^2 - 4x)$

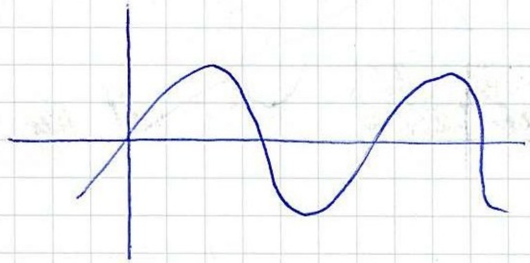
$2x + 4 \qquad \frac{2x+4}{0}$

v množině reál. č. není řešení

6.) Fce; zavedení a vlastnosti

1, Fce f je prostá $\Leftrightarrow \forall x_1, x_2;\ x_1 \neq x_2 \wedge f(x_1) \neq f(x_2)$





2, aby fce lichá $\rightarrow f(-x) = -f(x)$

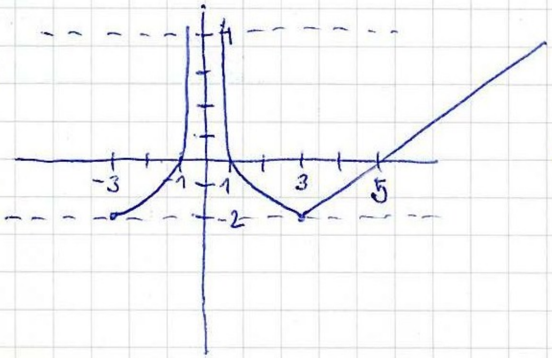
$y = \frac{4x}{x^2+4}$

3, urči Df

$y = \frac{1}{\log_2(x+4) - 3}$ $\qquad$ podmínky: $\log_2(x+4) - 3 \neq 0$

$Df: (4; \infty) - \{4\}$

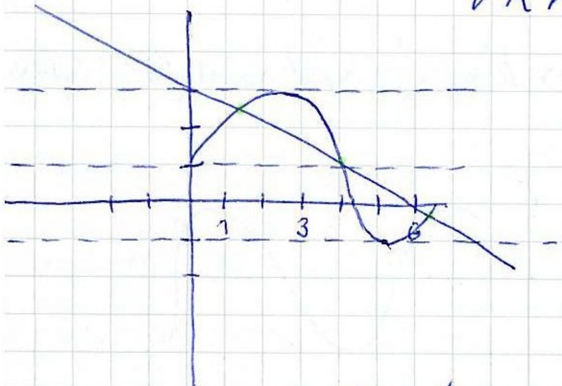
4,



znáte Df
průsečíky
kde je rostoucí
a omezená

5,) grafický znázorni fce:

v R řeš: $2\sin x + 1 = 3 - \frac{x}{2}$



⇒ vyjdou 3 řešení

7.) mocniny a mocninné fce, odmocniny

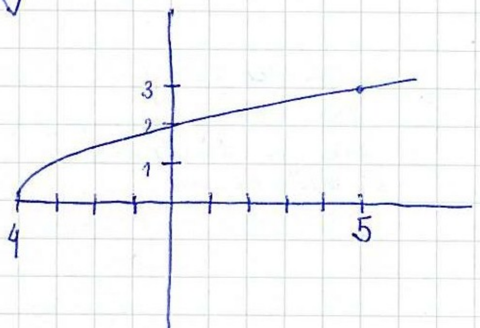
$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$

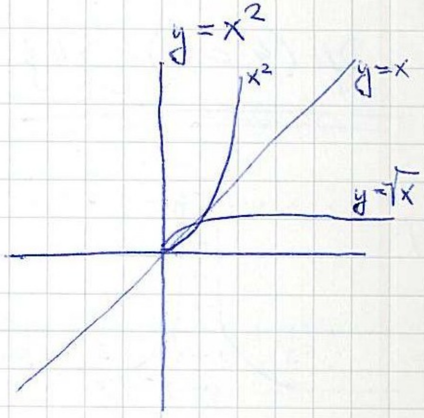
1.) jak počítáme mocninu x^y - když to racion. č.

př.: $x^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2}$

1.) nakresli graf fce

$y = \sqrt{x+4}$





3.) $\frac{(x^4 y^3)^{-2}}{(x^3)^{-3} y^5} = xy$

2.) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^3 = 11\sqrt{5} - 17\sqrt{2}$

5.) $\underbrace{\sqrt{x-1}}_{a} + \underbrace{\sqrt{x+4}}_{b} = 5 \quad /\cdot^2$

$x = 5$

14.) Trojúhelník

1.) $\triangle ABC$ má vrcholy $A[1;2;3]$
$B[5;2;7]$
$C[3;0;4]$

určete délku strany c, velikost úhlu α a rovnici přímky, na které leží těžnice t_c ?

2.) V $\triangle ABC$ má strana $\underline{a}$ délku 5 cm a těžnice $\underline{t_c}$ délku 6 cm.

Určete strany $\underline{b}$, $\underline{c}$ takoto $\triangle$?

3.) sestrojte všechny $\triangle ABC$, znáte-li
$t_c = 4$
$t_a = 6$
$v_c = 3,5$

4.) Na hmotný bod působí 2 síly o velikosti 5 N a 10 N, které svírají $\measuredangle\ 60°$.
Určete velikost a směr výsledné působící síly ?

5.) Formulujte a dokažte Euklidovu větu o výšce ?

5.) Kvadratické fce, rce a nerce

1.) řešte v R nrci s parametrem b:
$x^2 - bx \leq 0$

2.) $2x^2 - (b+1)x + 6 = 0$ → urči řešení tak, aby rce měla 2 různé kořeny
$D > 0$
$b^2 + 2b - 47 > 0$

3.) Dvojciferné číslo má ciferný součet 9. Vyměníme-li obě číslice, vzn. číslo, které znásobeno původním dá součin 2430.
$x + y = 9$
Co je to za číslo?

5,)

$$x^2 - 3x + q = 0$$

$$x_1 = -1$$

$$1 + 3 + q = 0$$

$$\underline{\underline{q = -4}}$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)$$

$$25 \rightarrow \sqrt{D} = 5$$

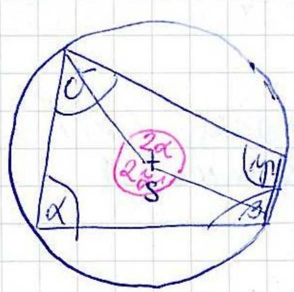
$$x_2 = \frac{3 \pm 5}{2} = \begin{cases} \underline{\underline{4}} \\ \underline{\underline{-1}} \end{cases}$$

1.) Řešte v C rovnici:

$$x^2 - (2-i)x = i - 3$$

15. Mnohoúhelníky

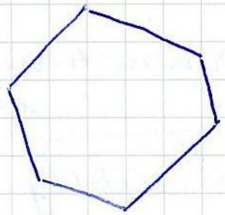
1.) Určete vztahy platící v tětivovém 4-úhelníku?



$$\alpha + \gamma = 180°$$

$$2\alpha + 2\gamma = 360°$$

2.) $\frac{n(n-3)}{2}$



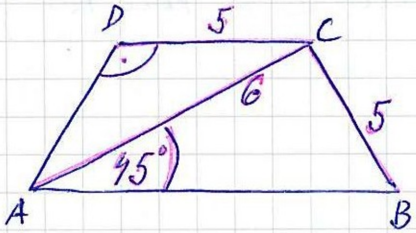
Kolik úhlopříček má konvexní n-úhelník

3.) sestrojte všechny konvexní 4-úhelníky ABCD

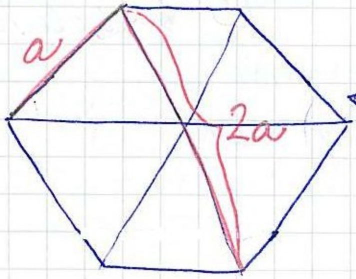
$|BC| = 5$ $|\sphericalangle ADC| = 90°$

$|CD| = 5$ $|\sphericalangle BAC| = 45°$

$|AC| = 6$



4.) určete délky všech úhlopříček v pravidelném 6-úhelníku



⟷ úhlopříčky tvoří rovnostranné △

Kv.

1.) Řešte v R nerci s parametrem b:
$x^2 - b > 0$

5.) čtyřúhelník ABCD má vrcholy v bodech
A [1,0,3]
B [2,2,2]
C [4,5,4]
D [2,1,6]

Rozhodněte, zda jde o rovnoběžník.
Vypočtěte velikost úhlu α v tomto čtyřúhelníku.

(14.)

1.) Definujte pojmy kružnice, kruhová úseč a kruh. výseč

2.) Napište rci koule, která má střed v bodě S [1;2;-4] a dotýká se roviny
$2x - y + 2z - 3 = 0$

3.) Upravte na středový tvar tuto rci kružnice: $2x^2 + 2y^2 - 8x + 2y + 7 = 0$

4.) Napište rci tečny kružnice $x^2 + y^2 - 8x - y + 15 = 0$ víte-li, že směrnice tečny je $k = 2$

5.) Do krabice tvaru kvádru se $\boxed{б}$ podstavou o straně a = 6 cm a výškou v = 4 cm dáme kouli o r = 3 cm.
Vypočítej obsah kulového vrchlíku, který leží vně kvádru

8.

1.) Načrtněte graf fce $y = \frac{1}{x-2}$ a graf fce k této fci inverzní, určete předpis pro inverzní fci

2.) vyšetřete průběh fce $y = \frac{x^2+1}{x}$

3.) určete primitivní fci k fci:

$$y = \frac{2x^2+11x}{2x+1}$$

4.) Fce má předpis $y = \frac{a}{x} + b$, kde a, a b jsou R. Graf fce prochází body [2;4] a [-1;1]
Určete funkční hodnotu této fce v bodě $x_0 = 1$

(1. Vysvětlete kdy, říkáme, že fce je klesající

2.) Načrtněte graf fce $y = \frac{x+2}{x-1}$ a napište rci tečny této fce v bodě $x_0 = 2$

3.) Vyšetři průběh fce $y = \frac{x^2-2x-2}{x+1}$)

18.

1.) Definuj pojem hyperbola a načrtni ji

2.) Napiš rci hyperboly s vrcholy A [0;-3]
B [-4;-3]
F_1 [-5;-3]

3.) Vyšetři vzájemnou polohu přímky
$x-y-1=0$
a kuželosečky $y^2-2x+3=0$

4.) Určete, pro jakou hodnotu směrnice k má přímka $y=kx$ s kuželosečkou danou rovnicí $x^2+4y^2-6y+1=0$ právě 1 společný bod, 2 spol. body, žádný...

13. Rovina

1.) Popište, jaká může být vzájemná poloha 3 různých rovin v prostoru

2.) Určete vzájemnou polohu 3 rovin daných rovnicemi:

$$x-y+2z-1=0$$
$$x+2y-z+2=0$$
$$x-2y+3z-2=0$$

3.) Sestrojte řez pravidelného čtyřbokého jehlanu $ABCDV$ rovinou RST, kde

$R \in AB$ a $|AR| = 2|BR|$; $S \in CV$ a $|VS| = 3|CS|$;

$T = S_{AV}$

4.) Na přímce $p = \{[k; 3+k; 2+4k] \; k \in R\}$ určete bod M tak, aby jeho vzdálenost od roviny $2x+y-z+12=0$ byla $2\sqrt{6}$

5.) Je dána krychle $ABCDEFGH$.
Vypočítej odchylku rovin ABC a BDG

19. Tělesa

2.) Pravidelný čtyřboký jehlan má hranu $|AB| = a$ a výšku $v = 3a$. Určete jeho povrch.

3.) Sestrojte řez krychle $ABCDEFGH$ rovinou KLM, kde K je střed hrany AB, bod L leží na hraně CG v její třetině (blíže bodu C) a M je střed hrany EH

4.) Výška kužele je 1,5 krát větší než poloměr koule jemu opsané.
Určete poměr objemů kužele a koule.

(1.) Pomocí integrálního počtu odvoďte vzorec pro výpočet objemu koule s poloměrem r)

12.

1, Vysvětlete jakým způsobem může být analyticky popsána přímka v rovině a jak může být popsána v prostoru.

2, Určete hodnotu parametru $m \in R$ tak, aby přímky p, q byly různoběžné. Potom vypočítejte souřadnice jejich průsečíku:

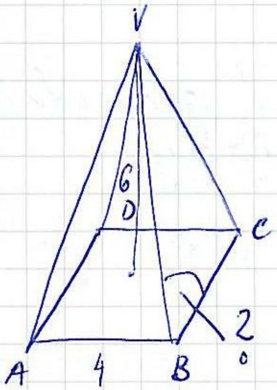
$p = \{[2+k; 3-2k; 4]\, k \in R\}$

$q = \{[1-4t; m+t; 1-3t]\, t \in R\}$

3, Je dána krychle ABCDEFGH. Sestrojte průsečík přímky EC s rovinou $AS_{BF}M$; $M \in EH$ a $|EM| = 3|MH|$

4, Je dána přímka $q: y = -2x + 5$
Určete rovnici přímky p procházející počátkem soustavy souřadnic tak, aby odchylka přímek p a q byla 45°

5,



Pravidelný čtyřboký jehlan má hranu $|AB| = 4$ a výšku $v = 6$ cm. Určete odchylku přímek AD a BV

16.

1.) Definujte pojem shodné geometrické zobrazení. Uveďte příklady

2.) Napiš rci kružnice K', která je obrazem kružnice K:
$(x-3)^2+(y+1)^2=9$ v osové souměrnosti dané osou $o: 2x+y-10=0$

3.) Sestrojte všechny $\triangle ABC$, znáte-li

$b:c = 7:6$
$\alpha = 45°$
$v_c = 3$ cm

4.) Je dán čtverec KLMN. Uvnitř čtverce je bod A. Popište, jak lze zkonstruovat všechny rovnostranné $\triangle ABC$ tak, aby vrcholy B, C ležely na obvodu čtverce KLMN

5.) Je dána úsečka CS, $|CS| = 3$ cm
Sestrojte všechny $\triangle$, pro které je úsečka CS těžnicí t_c, a pro které dále platí $a = 8$ cm
$\alpha = 30°$

20.

1.) Řešte rovnici

$$2\cdot\binom{x+6}{x+4}-\binom{x+4}{x+2}=4!+\binom{5}{2}\cdot x$$

2.) Vysvětlete pojem kombinace k-té třídy z n prvků bez opakování a odvoďte vztah pro jejich počet

3.) Ze sta účastníků slosování mají být vylosování 4 výherci pro účast na zájezdu. Kolika způsoby může losování dopadnout?

4.) Kolika způsoby lze deset dvořat ubytovat v turistické chatě, kde jsou 2 pokoje pro 4 a jeden pro 2 osoby.

5.) Osm stejných beden se zbožím se má rozdělit mezi 3 obchodníky. Kolika způsoby to lze provést?
(uvaž i případy, kdy obchodník nedostane žádnou bednu nebo i všechny)

6.) Zmenší-li se počet prvků o 2, zmenší se počet variací druhé třídy bez opakování vytvořených z těchto prvků desetkrát. Urči původní počet prvků?

3.

1) Definuj množinu C a pojmy
komplexní jednotka
imaginární jednotka

2.) urči reálnou a imaginární část čísla

$$\left(5i-1\right):\left(2-\frac{i+3}{2+i}\right)$$

3.) řeš rovnici s neznámou $z \in C$

$$z \cdot \bar{z} - z = \overline{6-2i}$$

4.) Řeš kvadratické rce:

a) $x^2 - 2x + 5 = 0$

b) $2x^2 + (3-2i)x - 3i = 0$

5.) Dokažte, že podíl $\frac{m-3i}{3+mi}$ nezávisí na hodnotě $m \in R$

22.

př. 19.b-
69/43; 44