③ Komplexní čísla

- Množinu komplexních čísel je dána jako kartézský součin $R \times R$.
- $z \in C$ je uspořádaná dvojice čísel $[a; b]$, kde $a, b \in R$

reálná část   imaginární část

$[a; 0]$ ... reálné číslo a

$[a; b]$ ... imaginární číslo

$[0; b]$ ... ryze imaginární číslo

$[0; 1]$ ... imaginární jednotka

$$[0; 1] = i$$
$$i^2 = -1$$
$$i^3 = -i$$
$$i^4 = 1$$
$$\vdots$$

- algebraický tvar komplexního čísla:

$$[a; b] = a + bi \quad a, b \in R \quad i = [0; 1] \in C$$

- číslo komplexně sdružené

$$z = [a; b] = a + bi$$
$$\bar{z} = [a; -b] = a - bi$$

- kvadratické rovnice s reálnými koeficienty

Př: $x^2-2x+5=0$ $\qquad x_{12}=\dfrac{2\pm\sqrt{D}}{2a}$

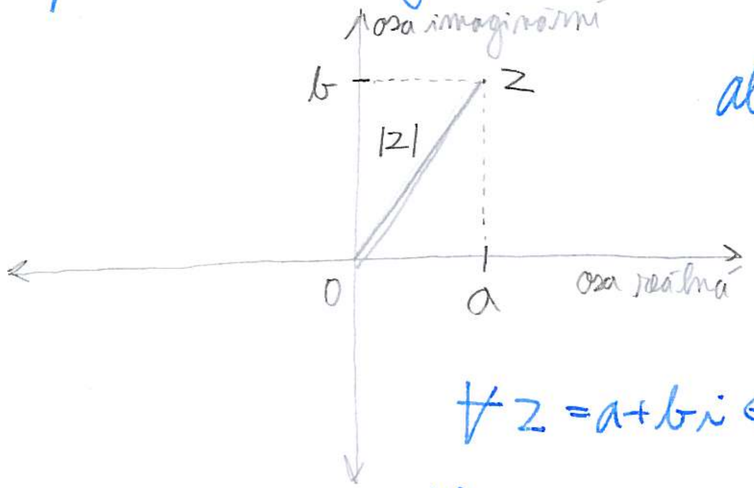
$D=4-4\cdot 5$

$D=-16$

$\sqrt{D}=4i$

$$x_{12}=\frac{2\pm 4i}{2}=\begin{cases}1+2i\\ 1-2i\end{cases}$$

- komplexní čísla v Gaussově rovině



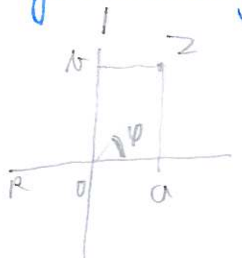
$z=a+bi$

absolutní hodnota z: vzdálenost od počátku

$\forall z=a+bi\in\mathbb{C};\ |z|=\sqrt{a^2+b^2}$

$\forall z\in\mathbb{C};\ |z|=1$ ... komplexní jednotka

- goniometrický tvar komplexního čísla



$\sin\varphi=\dfrac{b}{|z|}$ $\qquad \cos\varphi=\dfrac{a}{|z|}$

$b=|z|\cdot\sin\varphi$ $\qquad a=|z|\cdot\cos\varphi$

$$z=|z|(\sin\varphi+i\cos\varphi)$$

$$z=|z|\cdot\operatorname{cis}\varphi$$

$a=|a|\cdot\operatorname{cis}\alpha$ $\qquad a\cdot b=|a|\cdot|b|\cdot\operatorname{cis}(\alpha+\beta)$

$b=|b|\cdot\operatorname{cis}\beta$

$$\frac{a}{b}=\frac{|a|}{|b|}\cdot\operatorname{cis}(\alpha-\beta)$$

$$a^n=|a|^n\cdot\operatorname{cis}(n\cdot\alpha)$$